III. Limites et ordre

Théorème :

Soit f , g et h trois fonctions définies sur un intervalle I sauf peut être en un réel a de I.

Soit deux réels ℓ et ℓ'.

Si $f(x) \le g(x)$ pour tout $x \in I_{x_0}^*$ et si $\lim\limits_a f = \ell$ et $\lim\limits_a g = \ell'$, alors $\ell \le \ell'$.

Si $h(x) \le f(x) \le g(x)$ pour tout $x \in I_{x_0}^*$ et si $\lim\limits_a h = \lim\limits_a g = \ell$, alors $\lim\limits_a f = \ell$.

Si $f(x) \ge g(x)$ pour tout $x \in I_{x_0}^*$ et si $\lim\limits_a g = +\infty$, alors $\lim\limits_a f = +\infty$.

Si $f(x) \le g(x)$ pour tout $x \in I_{x_0}^*$ et si $\lim\limits_a g = -\infty$, alors $\lim\limits_a f = -\infty$.

Ces résultats restent aussi valables lorsqu'on remplace a par $\pm\infty$ ou par a^+ ou a^- .

Activité 3 page 12.

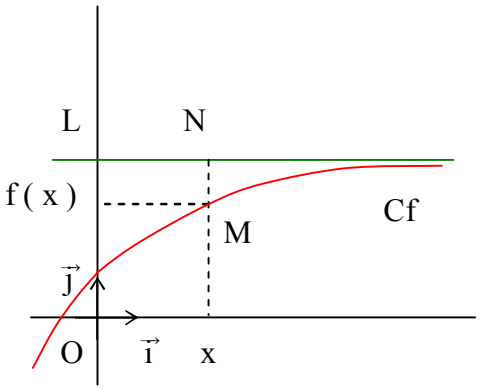
IV. Branches infinies

Asymptote horizontale :

Soit f une fonction définie sur un intervalle de la forme [a ; + ∞ [où a est un réel et L un réel donné .

Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$

alors la droite d'équation y = L est **asymptote horizontale** à la courbe Cf en + ∞ .



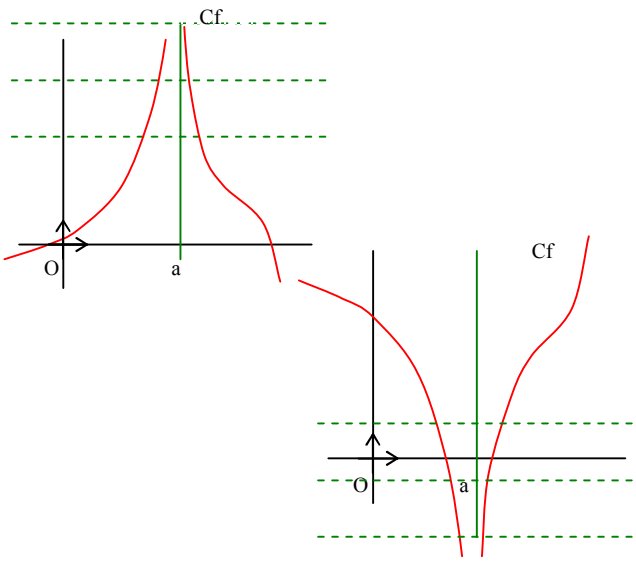
Asymptote verticale :

Soit f une fonction .

- Si « ***f (x) est aussi grand que l'on veut dès que x est assez proche de a*** » , alors on dit que f a pour limite + ∞ en a .

On note :

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$

On définit de la même façon $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$

- On dit que la droite d'équation x = a est **asymptote verticale** à la courbe Cf .